Проектирование протоколов
Algorithmic Mechanism Design
Лекция N 10 курса
"Алгоритмы для Интернета"

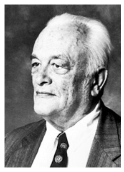
Юрий Лифшиц

ПОМИ РАН - СПбГУ ИТМО

Осень 2006

Честность — лучшая политика. *Талейран*

В аукционе Викри кождый покупатель независимо и секретно посылает свою ставку. Выигрывает назвавший наибольшую сумму, но при этом он платит *вторую по величине цену*. *Википедия*



План лекции

1. Эгоистичные агенты и кратчайший путь
2. Эгоистичные подрядчики и составление расписаний
3. Общий механизм Викри-Грувса-Кларка (VGC)

Часть I

Как заставить перевозчиков объявлять истинное время проезда по их участкам?

Кратчайший путь как игра

- Двусвязный граф, старт A, финиш B
- На каждом ребре сидит **агент**
- Путешественник хочет узнать время проезда у агентов и проехать самым быстрым способом от A до B

Правила игры

- Каждый агент i знает истинное время проезда t_i по своему ребру
- Каждый агент независимо объявляет время проезда $a_i = a_i(t_i)$, имеет право соврать ($a_i \neq t_i$)
- Путешественник выбирает кратчайший путь, используя объявленные времена, и каждому вошедшему в его путь ("активному") ребру i он платит $p_i(a_1, \dots, a_n)$
- Выигрыш "активного" агента $p_i - t_i$, пассивного — ноль

Цель путешественника

- Объявить такие правила оплаты (функции $p_i(\cdot)$), чтобы для каждого агента попытка соврать при фиксированном выборе остальных участников не приводила бы к увеличению выигрыша. То есть заставить агентов говорить правду!
- Mechanism design: выбор функций оплаты
- Algorithmic mechanism design: вычисление функций оплаты

Решение

Плата за активное ребро:

$$p_k(a_1, \dots, a_n) = D_{AB}^{a_k=\infty}(\bar{a}) - D_{AB}^{a_k=0}(\bar{a}),$$

где $D_{AB}^{a_k=\infty}(\bar{a})$ — длина минимально пути в предположении $a_k = \infty$, а $D_{AB}^{a_k=0}(\bar{a})$ — в предположении $a_k = 0$

Честность — лучшая политика

Теорема. Зафиксируем ходы всех участников, кроме k-ого. Тогда любая попытка соврать k-ого агента не принесет ему большего выигрыша, чем честное признание

Разбор случаев:

- Если агент оказался пассивным, его выигрыш 0, чтобы его увеличить, придется занижать реальное время проезда, но занизив время до переноса на себя активного пути мы не сможем окупить расходы по перевозке путешественника [подробнее на доске]
- Если агент уже активен, его выигрыш уже неотрицателен и не может быть увеличен враньем [подробнее на доске]

Часть II

Сколько надо платить чтобы подрядчики объявляли истинное время исполнения заказов?

Правила игры

- У заказчика есть n заданий
- Каждый из k подрядчиков знает сколько времени ему потребуется (t_i^j) для выполнения каждого из заданий
- Подрядчики объявляют (не обязательно честно) свои условия
- Заказчик распределяет заказы, минимизируя время завершения последнего задания, и оплачивает работу (цена каждого задания зависит от всех объявленных сроков по этой задаче)
- Выигрыш подрядчика равен разнице между оплатой и потраченным временем тех заданий, которые ему достались

Стратегия заказчика

- Даже зная истинное время исполнения мы не можем сделать оптимальное распределение (это NP-трудная задача). Будем посылать каждую задачу подрядчику, объявившему наименьшее время исполнения

Как будем платить?

- Платить за выполнение задачи i будем по **второму объявленному времени работы**

Честность — лучшая политика

Теорема. Зафиксируем задание. Зафиксируем объявления всех участников, кроме j-ого. Тогда любая попытка соврать j-ого агента не принесет ему большего выигрыша, чем честное признание

Кто докажет?

Часть III

Для какой формы оплаты будет всегда верна теорема о честности?

Игры с неполной информацией

- Каждый агент i знает свой секретный параметр $t_i \in T$
- Каждый агент объявляет (не обязательно честно) свой параметр a_i
- Координатор принимает **решение** $o(a_1, \dots, a_n)$
- Координатор проводит оплату в соответствии с принятым решением и объявлениями агентов. Агент i получает $p_i(\bar{a}, o)$
- Каждый агент получает также непосредственный выигрыш от принятого решения $v_i(t_i, o)$
- Цель агента — максимизировать $v_i + p_i$, координатора — $\sum v_i$

Механизм Викри-Грувса-Кларка (VGC)

Какие функции оплаты стоит использовать координатору?

- Честные объявления агентов позволят выбрать оптимальное значение o
- Следующая формула оплаты вынуждает агентов к честности:

$$p_i(\bar{a}, o) = \sum_{j \neq i} v_j(t_j, o) + h_i(t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n)$$

Задача

Рассмотрим произвольный (необязательно двусвязный) граф. Разработайте механизм оплаты в задаче о кратчайшем пути, заставляющий агентов делать честные признания

Главные моменты

Сегодня мы узнали:

- Общая картина: разработка правил игры с неполной информацией, которые заставят участник быть честными
- Два приложения: кратчайший путь и составление расписаний
- Алгоритмические проблемы: быстрое вычисление функций оплаты

Спасибо! Вопросы?

Источники

Страница курса http://logic.pdmi.ras.ru/~yura/internet.html

Использованные материалы:

Nissan, Ronen
Algorithmic Mechanism Design
http://iew3.technion.ac.il/~amirr/AMDJ.pdf

Wikipedia
Vickrey-Clarke-Groves
http://en.wikipedia.org/wiki/Vickrey-Clarke-Groves